**Практична робота №4**

**Тема:** Схема Бернуллі

**Мета:** набути практичних навичок розв’язання типових задач у рамках схеми Бернуллі.

**Варіант 6**

Розв’язання задач 6,7,8,9,10

**Завдання 6**

**Постановка задачі:** Імовірність настання події А в кожному з 900 незалежних випробувань дорівнює . Знайдіть імовірність того, що подія А відбудеться: а) 750 разів; б) 710 разів; в) від 710 до 740 разів.

а) 750 разів:

б) 710 разів:

в) від 710 до 740 разів:

P(710 ≤ X ≤ 740) = Σ P(k)

**Завдання 7**

**Постановка задачі:** Імовірність того, що електролампочка, виготовлена заводом, є бракованою, дорівнює *0,02*. Для контролю відібрано навмання *1000* лампочок. Оцінить імовірність того, що частота бракованих лампочок у вибірці відрізняється від імовірності *0,02* менше, ніж на *0,01*.

**Завдання 8**

**Постановка задачі:** (Задача 2020-го року про коронавірус). У Кременчуці станом на 03.04.20 було офіційно зареєстровано 4 хворі на коронавірус. Будемо реалістами і припустимо, що їх у сто разів більше, тобто 400. Маємо 250 000 жителів. Припускаємо, що жоден з вірусоносіїв не знаходиться у самоізоляції чи ізоляції та вільно пересувається містом. Отже, імовірність випадкової зустрічі з вірусоносієм складає . Припустимо, що супермаркет у центрі міста відвідують щодня 10000 покупців. Яка ймовірність того, що серед них буде хоча б один хворий на коронавірус?

**Завдання 9**

Постановка задачі: Телефонна станція обслуговує 400 абонентів. Для кожного абонента ймовірність того, що протягом години він подзвонить на станцію, дорівнює 0,01. Знайдіть імовірність таких подій:

а) протягом години 5 абонентів зателефонують на станцію;

б) протягом години не більше, ніж 4 абонентів зателефонують на станцію;

в) протягом години не менше, ніж 3 абонентів зателефонують на станцію.

**Крок 1**: Параметри розподілу Пуассона

Згідно з умовою, ми маємо 400 абонентів, і ймовірність того, що один абонент зателефонує, дорівнює 0.01. Отже, середнє значення (параметр *λ*) розподілу Пуассона буде:

*λ=n⋅p=400⋅0.01=4*

Тобто, в середньому, протягом години очікується, що 4 абоненти зателефонують на станцію.

а) Ймовірність того, що протягом години 5 абонентів зателефонують на станцію.

Для розподілу Пуассона ймовірність того, що відбудеться k подій (у нашому випадку k=5), обчислюється за формулою:

Підставимо значення:

Обчислимо:

**б) Ймовірність того, що протягом години не більше, ніж 4 абоненти зателефонують на станцію.**

Цю ймовірність можна знайти як суму ймовірностей того, що зателефонують 0, 1, 2, 3 або 4 абоненти:

P(X≤4)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)

Обчислимо кожну з ймовірностей:

* P(X=0):
* *P(X=1):*
* *P(X=2):*
* *P(X=3)*:
* *P(X=4)*:

Тепер підсумуємо:

P(X≤4)≈0.0183+0.0732+0.1465+0.1953+0.2080≈0.6413

в) Ймовірність того, що протягом години не менше, ніж 3 абоненти зателефонують на станцію.

Цю ймовірність можна знайти як доповнення до ймовірності того, що зателефонують 0, 1 або 2 абоненти:

Знайдемо *P(X≤2)*:

P(X≤2)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)≈0.0183+0.0732+0.1465≈0.2380

Отже, ймовірність того, що зателефонують не менше 3 абоненти:

Відповіді:

а) Ймовірність того, що протягом години 5 абонентів зателефонують на станцію: 0.1559.

б) Ймовірність того, що протягом години не більше, ніж 4 абоненти зателефонують на станцію: 0.6413.

в) Ймовірність того, що протягом години не менше, ніж 3 абоненти зателефонують на станцію: 0.7620.

**Завдання 10**

Постановка задачі: Імовірність того, що деталь не є стандартною, дорівнює *р=0,1*. Знайти ймовірність того, що серед навмання відібраних *400* деталей відносна частота появи нестандартних деталей відхилиться від імовірності *р=0,1* за абсолютною величиною не більше, ніж на *0,03*.

Крок 1: Визначимо параметри

1. Кількість деталей n=400.
2. Ймовірність того, що деталь нестандартна p=0.1.
3. Ймовірність того, що деталь стандартна q=1−p=0.9.

Крок 2: Обчислимо середнє значення і стандартне відхилення

Середнє значення для біноміального розподілу:

Стандартне відхилення (*σ*):

Крок 3: Переведемо абсолютні відхилення у відносні

Відносна частота нестандартних деталей, яка відхиляється від p на не більше ніж 0.03, може бути представлена як:

Тобто:

Відносна частота *p^* може бути виражена через кількість нестандартних деталей *X*:

Крок 4: Перетворимо межі на кількість нестандартних деталей

Помножимо всі межі на n:

Підставимо n=400:

Крок 5: Використання нормального розподілу

Згідно з центральною границею теореми, *X* має приблизно нормальний розподіл з параметрами:

* Середнє: μ=40
* Стандартне відхилення: σ=6

Тепер знайдемо ймовірність того, що *X* буде в межах від 28 до 52. Для цього обчислимо стандартизовані значення (*Z*):

Для *X=28*:

Для *X=52*:

Крок 6: Використання таблиць стандартного нормального розподілу

Тепер нам потрібно знайти ймовірність:

З таблиці стандартного нормального розподілу:

Тоді:

Відповідь

Таким чином, ймовірність того, що відносна частота появи нестандартних деталей відхилиться від ймовірності p=0.1 за абсолютною величиною не більше, ніж на 0.03, становить **приблизно 0.9544** або **95.44%**.